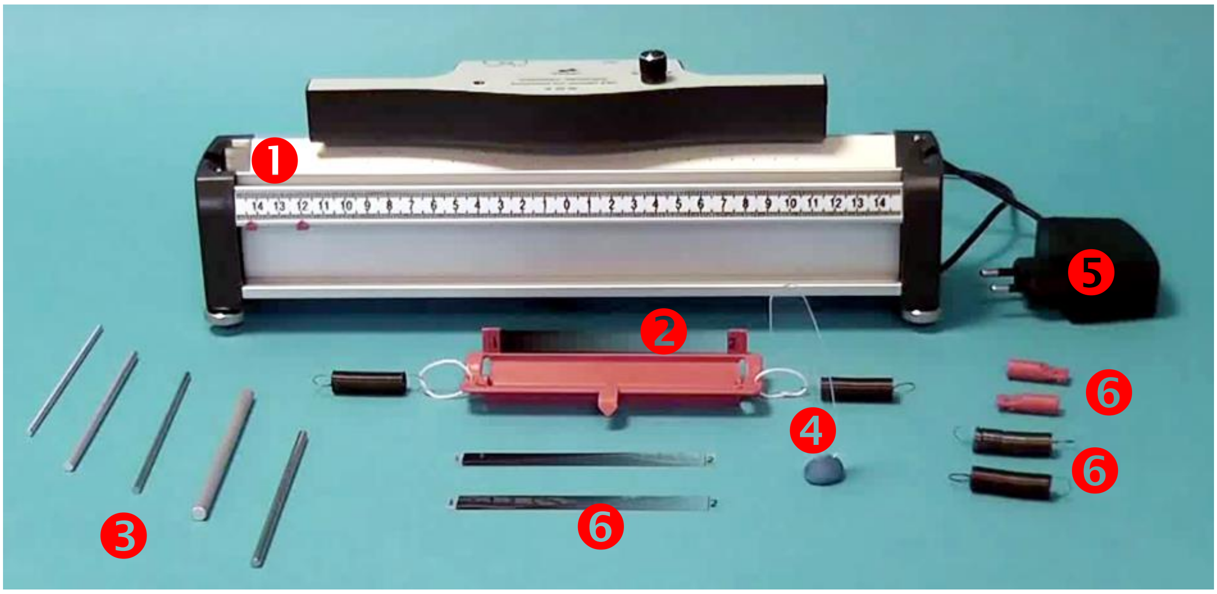
OSCILLATEUR MECANIQUE HORIZONTAL SUR COUSSIN D'AIR

Réf. 002 052

1. Objet :

L'oscillateur mécanique horizontal est un oscillateur élastique sur coussin d'air qui permet de faire l'étude des oscillations libres d'un système « masse-ressort » au cours du temps.
La sustentation sur coussin d'air, permet de considérer l'oscillateur comme étant harmonique sur une durée correspondant à quelques périodes des oscillations.
L'oscillateur permet d'étudier l'influence de la masse en mouvement sur la période de ses oscillations (à longueur de ressorts constante). Il est muni d'un amortisseur amovible qui permet de voir l'influence des frottements non seulement sur l'amplitude des oscillations mais aussi sur leur pseudo-période.
L'appareil offre aussi la possibilité d'étudier quantitativement l'influence de la longueur des ressorts sur la période des oscillations à masse constante.

2. Composition :



L'oscillateur mécanique est composé de :

1- Un banc percé de trous pour laisser échapper l'air soufflé et permettre la sustentation du chariot.
2- Un chariot (M0 = 10g*) auquel on fixe deux ressorts
3- 5 surcharges (2, 4, 6, 8, 10 g*)
4- Un amortisseur
5- Un adaptateur électrique
6- Des accessoires de rechange :

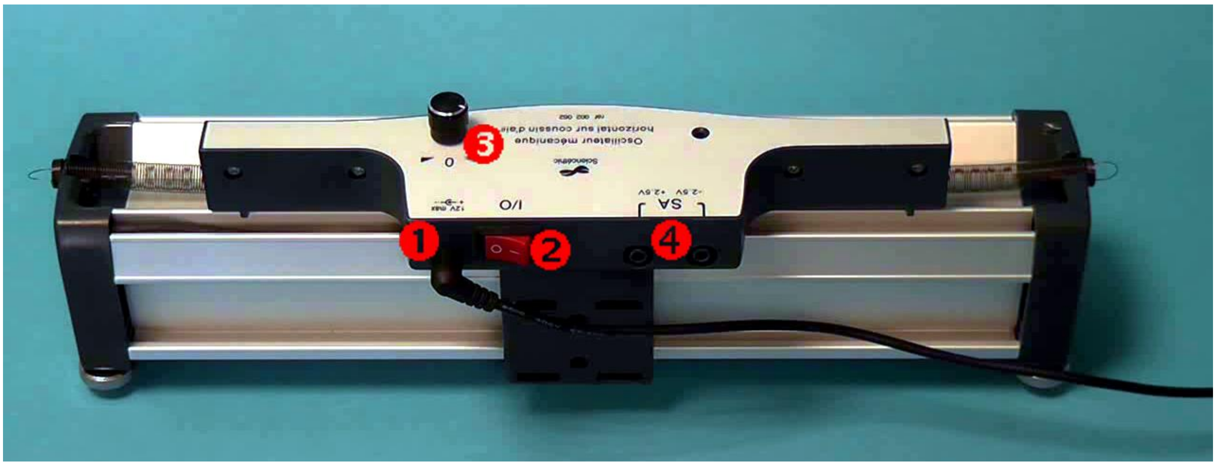
◻Deux rubans à transparence progressive qui permettent le repérage de la position du centre du chariot

◻2 ressorts

◻Deux guides qui peuvent éventuellement être utilisés pour la fixation de certains ressorts.

* Les valeurs des masses sont indicatives. Le chariot et les surcharges doivent être pesés à l'aide d'une balance à 0,1 g avant la première manipulation.

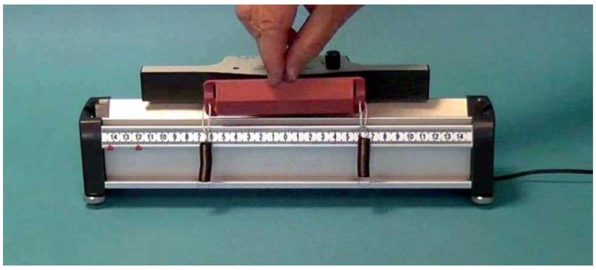
3. Présentation arrière de l'appareil :

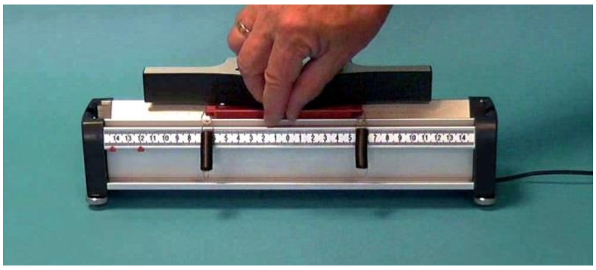


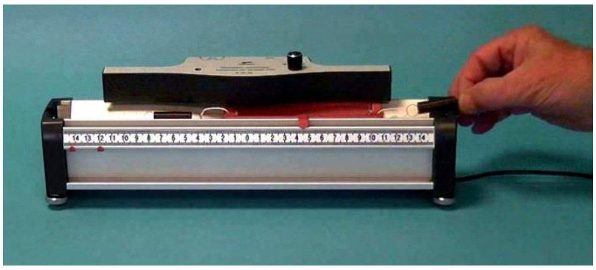
1. Prise pour l'adaptateur électrique
2. Interrupteur électrique
3. Bouton qui attribue la valeur 0V de la sortie analogique à la position d'équilibre du mobile
4. Sortie analogique -2,5 V / + 2,5 V

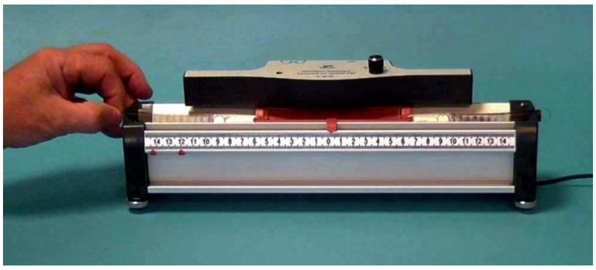
4. Mise en œuvre de l'oscillateur :

1. Placement du chariot, fixation des ressorts, mise sous tension et placement d'une surcharge :

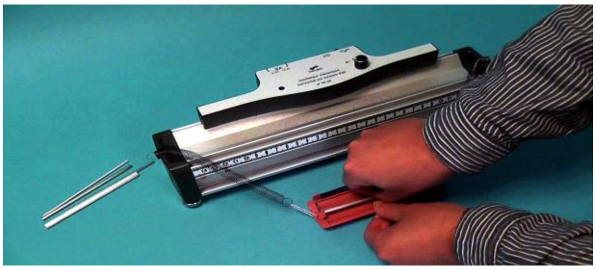

Inclinaison du chariot


Pose du chariot sur le banc


Fixation du 1er ressort

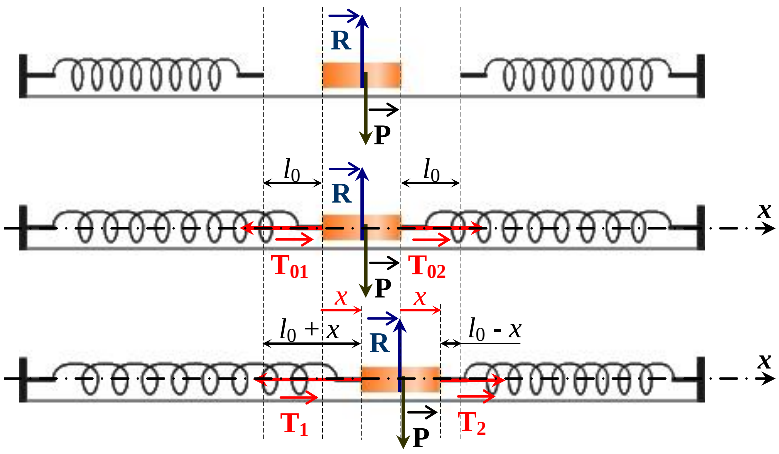

Fixation du 2ème ressort


Mise sous tension


Positionnement d'une surcharge sur le chariot

5. Proposition de quelques Expériences :

1. Etude dynamique des oscillations :



Système considéré : Le chariot de masse M0.
Référentiel : le banc immobile par rapport la terre, considéré comme référentiel galiléen.
Bilan des forces extérieures au système :

- Le poids $\vec{P} = m\vec{g}$
- La Réaction du banc sur le chariot : $\vec{R}$ normale au banc en l'absence de frottement
- La tension $\vec{T}_1$ exercée par le 1er ressort sur le chariot.
- La tension $\vec{T}_2$ exercée par le 2ème ressort sur le chariot.

En appliquant la deuxième loi de Newton $\sum \vec{F} = m\vec{a}$, on obtient : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = M_0\vec{a}$.
En projetant sur un axe horizontal orienté vers la droite, on obtient :

$-\|\vec{T}_1\| + \|\vec{T}_2\| = M_0 \ddot{x}$ ou $-T_1 + T_2 = M_0 \ddot{x}$

La loi de Hooke appliquée à chaque ressort donne :
$T_1 = k_1(l_0 + x)$ et $T_2 = k_2(l_0 - x)$

k_1 et k_2 sont les coefficients de raideur des ressorts. Puisqu'ils sont identiques (même longueur à vide et même constante de raideur), on a $k_1 = k_2 = k$

On obtient alors l'équation différentielle : $-k(l_0 + x) + k(l_0 - x) = M_0 \ddot{x}$ soit : $-2kx = M_0 \ddot{x}$

Cette équation peut s'écrire : $\boxed{\ddot{x} + \frac{2k}{M_0} x = 0}$. Elle est de la forme $\ddot{x} + {\omega_0}^2 x = 0$ où ω_0 est la pulsation propre du mouvement. C'est l'équation différentielle du 2ème ordre d'une fonction sinusoïdale dont la période est $T = 2\pi\sqrt{\frac{M_0}{2k}}$:

$$\boxed{x = x_{\mathrm{M}} \cos\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi\right)}$$

Nota : constante de raideur équivalente des deux ressorts est K telle que $K = 2k$.

2. Etude Energétique des oscillations :

Système considéré : {Ensemble ressorts R1 et R2 - chariot de masse M0}.

Les deux ressorts sont identiques (même longueur à vide et même constante de raideur)

Référence de l'énergie potentielle de pesanteur : plan horizontal passant par le centre de masse du chariot.

Référence de l'énergie potentielle élastique de chaque ressort : Ressorts non attachés au chariot.

En l'absence de frottements, l'énergie mécanique Em du système est constante.

La conservation de l'énergie mécanique du système se traduit par :

$$E_{\mathrm{PR1}} + E_{\mathrm{PR2}} + E_{\mathrm{Cchariot}} = E_{\mathrm{m}} = \text{constante}$$

Soit : $\frac{1}{2}k(l_0 + x)^2 + \frac{1}{2}k(l_0 - x)^2 + \frac{1}{2}M_0 v^2 = E_{\mathrm{m}}$

En dérivant cette équation, on obtient :

$$k(l_0 + x)\dot{x} + k(l_0 - x)(-\dot{x}) + M_0 v\dot{v} = 0$$

Ce qui donne : $2kx\dot{x} + M_0\dot{x}\ddot{x} = 0$

En simplifiant par $\dot{x}$, non toujours nul, on obtient l'équation différentielle du second ordre :

$\ddot{x} + \frac{2k}{M_0}x = 0$ qui conduit à $x = x_{\mathrm{M}}\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$

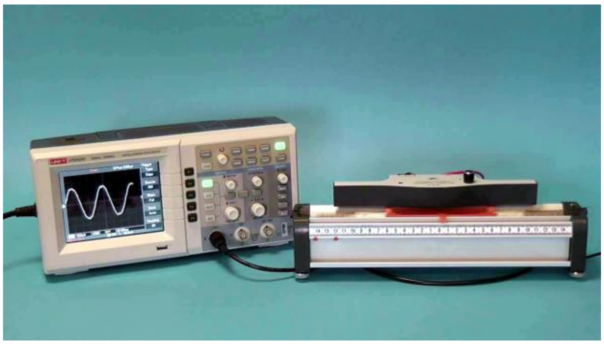
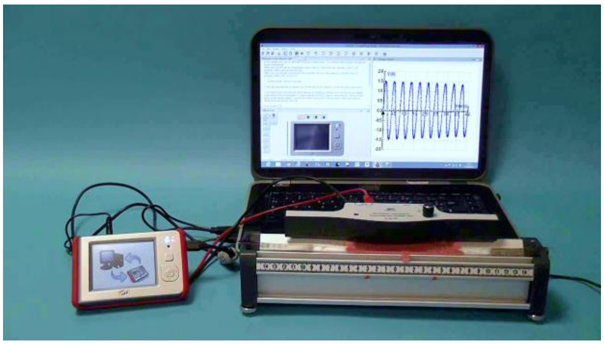
3. Oscillation libres :

La détermination de la période des oscillations libres peut se faire de 3 façons :

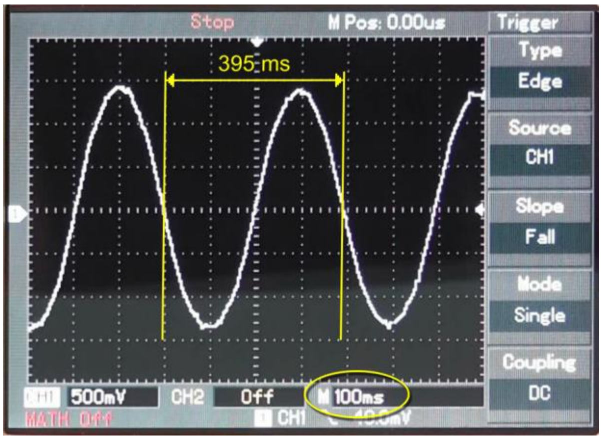
- A l'aide d'un chronomètre, on mesure la durée de 10 oscillations et on en déduit la période. (nous ne développeros pas cette méthode)

- A l'aide d'un oscilloscope numérique auquel on branche la sortie analogique de l'oscillateur et on mesure la période des oscillations à l'écran.

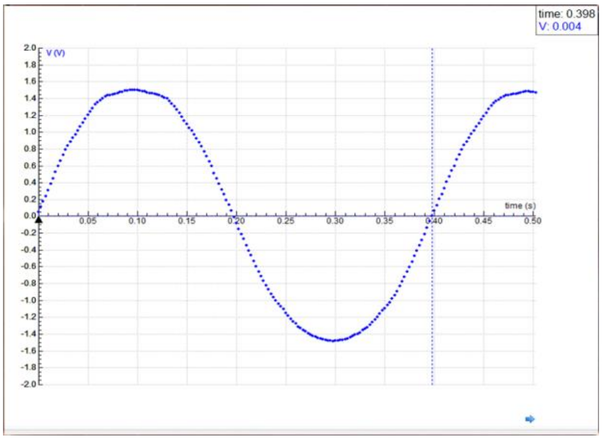
- A l'aide d'un système d'acquisition et de traitement de données auquel on branche la sortie analogique de l'oscillateur.

A partir des courbes obtenues, on détermine la période des oscillations.



A l'oscilliloscope, on ajuste la base de temps pour obtimiser la mesure d'une période (0,395 s).



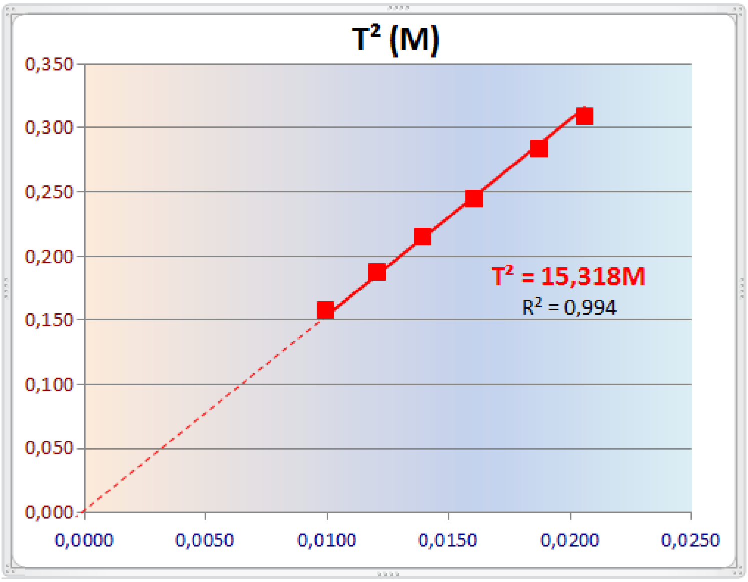
Avec le système d'acquisition et de traitement de données, on zoome et à l'aide du pointeur (réticule) placé au point de la courbe situé au plus près d'une période, on lit (ou on estime) la période (0,398 s)

4. Etude de la période des oscillations en fonction de la masse du chariot, à longueur des ressorts constante :

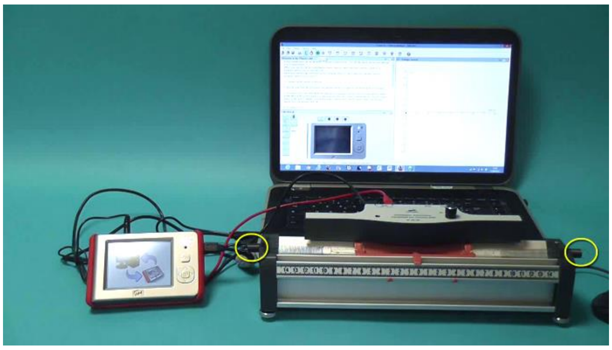
Pour chaque surcharge placée sur le chariot on détermine la période correspondante.
Dans un tableur (qui peut être celui du logiciel qui pilote l'interface…) on collationne les valeurs dans un tableau puis on trace la croube représentant T²(M) :

Objet	m (g)
Chariot seul	9,9
masse n°1	2,1
masse n°2	4,0
masse n°3	6,1
masse n°4	8,8
masse n°5	10,7

n°	M (kg)	T (s)	T^2 (s^2)
M_0	**0,0099**	0,398	**0,158**
M_1	**0,0120**	0,434	**0,188**
M_2	**0,0139**	0,464	**0,215**
M_3	**0,0160**	0,495	**0,245**
M_4	**0,0187**	0,533	**0,284**
M_5	**0,0206**	0,557	**0,310**



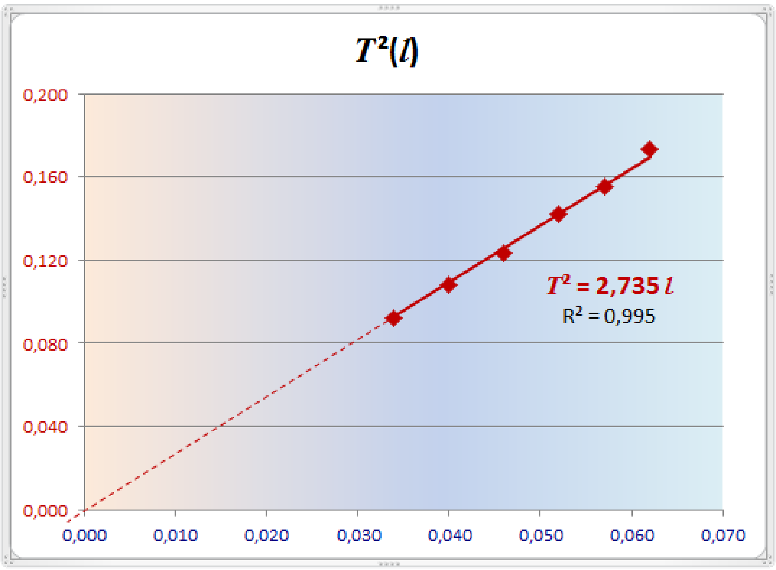
5. Etude de la période des oscillations en fonction de la longueur de chaque ressort, à masse du chariot constante :



On racourcit la longueur des ressorts en les fixant à chaque extrémité du banc entre deux spires.

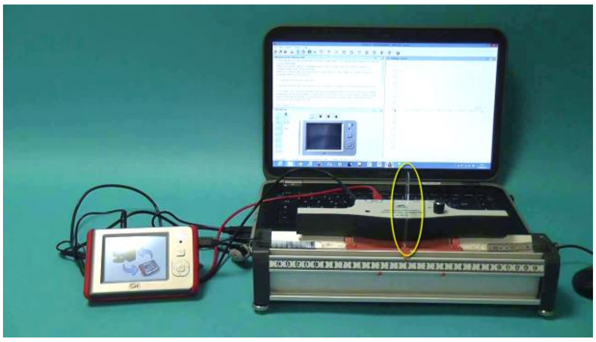
Pour chaque longueur commune à chaque ressort, on détermine la période des oscillations. On reporte alors les valeurs obtenues dans un tableur et on trace la courbe $T^2(l)$.

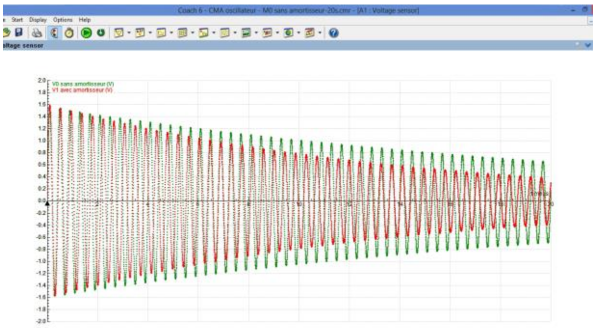
L (m)	T (s)	$T^2(s^2)$
0,034	0,304	0,092
0,040	0,329	0,108
0,046	0,352	0,124
0,052	0,377	0,142
0,057	0,394	0,155
0,062	0,416	0,173



6. Etude des amortissements :

On peut observer sur un nombre important de périodes (environ 50 ci-dessous) un amortissement naturel, malgré la présence d'un coussin d'air.
On peut provoquer un amortissement plus important à l'aide de l'amortisseur :



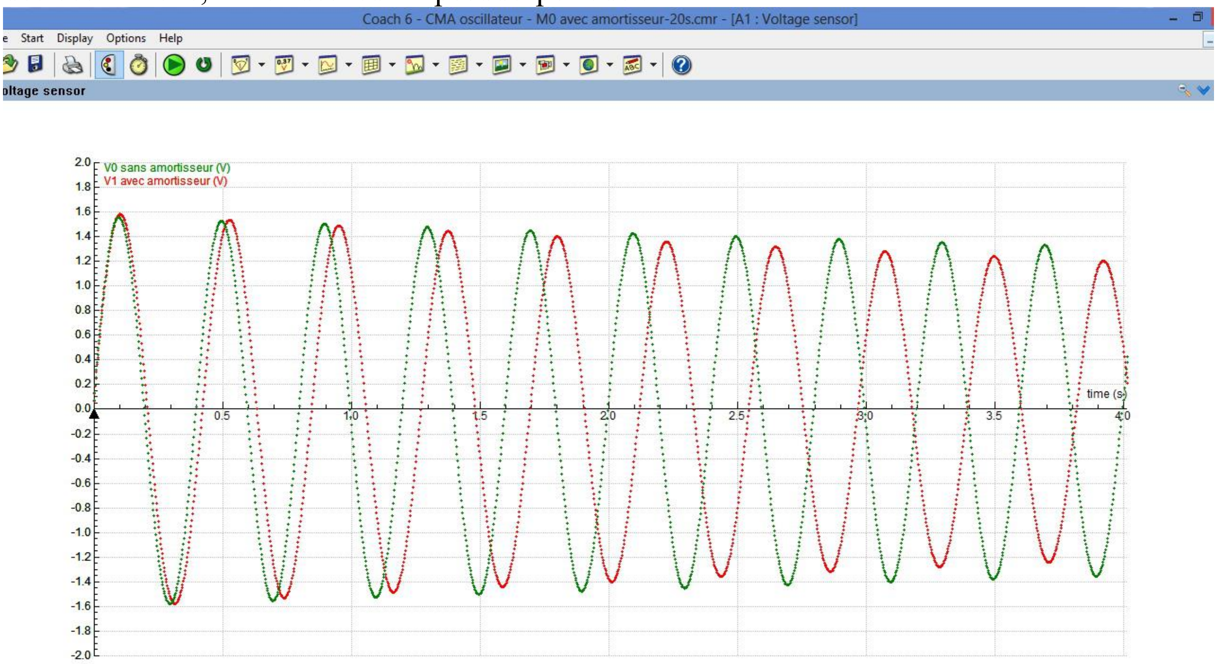


Le système d'acquisition et de traitement des données permet une modélisation :

En vert : sans l'amortisseur : $V = 1{,}58\, e^{-0{,}043t} \sin(15{,}72\, t - 0{,}059) - 0{,}019$

En rouge : avec l'amortisseur : $V = 1{,}60\, e^{-0{,}071t} \sin(14{,}81\, t - 0{,}049) - 0{,}010$

En zoomant, on apprécie mieux l'influence de l'amortisseur, non seulement sur l'amplitude des oscillations, mais aussi sur la pseudo-période :



Pour aller plus loin :

Si la force de frottement est proportionnelle à la vitesse on a alors : $\vec{f} = -\mu\vec{v}$ (où μ est le coefficient de frottement).

L'équation différentielle devient alors : $\ddot{x} + \dfrac{\mu}{M_0}\dot{x} + \dfrac{K}{M_0}x = 0$

On démontre (dans le cas d'oscillations amorties) que la pseudo-période T1 a pour expression :

$$T_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{{\omega_0}^2 - \left(\frac{\mu}{2M_0}\right)^2}}$$

En posant $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$, la période propre des oscillations, l'expression de la pseudopériode prend la forme :

$$\boxed{T = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\mu}{2\omega_0 M_0}\right)^2}} T_0}$$

avec $\mu < 2\omega_0 M_0$. C'est la condition pour avoir un régime pseudopériodique. Dans le cas contraire le régime est apériodique (ou critique)

En régime pseudopériodique $T > T_0$

L'expérience (voir courbe ci-dessus) confirme que la pseudo-période est supérieure à la période propre.

6. Nous contacter :

Ce matériel est garanti 2 ans. Pour toutes questions, veuillez contacter :

sav@sciencethic.com

www.sciencethic.com